

РЕАКЦИОННО-ДИФФУЗИОННЫЕ СИСТЕМЫ, ЗАВИСЯЩИЕ ОТ ПЛОТНОСТИ:
МАТЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ И ЭКОЛОГИЧЕСКИЕ ПРИЛОЖЕНИЯ

Анваржонов Б.Б.

Институт ТМС.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.14254236>

В этой заметке мы рассматриваем систему хищник-жертва с универсальным хищником и зависящим от плотности таксисом жертвы в двумерных ограниченных областях. С помощью функционалов Ляпунова установлено существование классических решений с однородной во времени границей и глобальной устойчивостью для стационарных состояний при подходящих условиях. Было проведено много исследований путем разработки различных модификаций математических моделей взаимодействия жертвы и хищника.

Одним из представителей таких моделей является

$$\begin{cases} u_t = \Delta(d(v)u) + H_1(u, v), \\ v_t = D\Delta v + H_2(u, v). \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $H_1(u, v)$ and $H_2(u, v)$ обозначают взаимодействие хищника и жертвы. Выделяют в основном три типа типичных межвидовых взаимодействий: хищник-жертва, конкуренция и мутуализм, которые можно представить как

$$\begin{cases} H_1(u, v) = f(u) + c_1 u F(v), \\ H_2(u, v) = g(v) - c_2 u F(v), \end{cases}$$

где функции $f(u)$ и $g(v)$ обозначают внутривидовые взаимодействия хищников и жертв соответственно. Параметры c_1 и c_2 – положительные константы, представляющие коэффициенты межвидового взаимодействия хищников и жертв, $F(v)$ – это так называемая функция функционального отклика. Были получены различные результаты. Например, Юн и Ким в [1] доказали, что система (1) имеет единственное глобальное ограниченное классическое решение для любого $k > 0$. Единственный результат о глобальном существовании без предположений малости был недавно получен Аном и Юном [2].

В этой статье мы рассматриваем следующую зависящую от плотности систему хищник-жертва

$$\begin{cases} u_t = \Delta(d(v)u) + u(a_1 - b_1u) + \alpha uF(v), x \in \Omega, t > 0, \\ v_t = \Delta(d(v)v) + v(a_2 - b_2v) - uF(v), x \in \Omega, t > 0, \\ \partial_\nu u = \partial_\nu v = 0, x \in \partial\Omega, t > 0, \\ (u, v)(x, 0) = (u_0, v_0)(x), x \in \Omega, \end{cases} \quad (2)$$

где $a_1, a_2 > 0$ представляют собой внутренние темпы роста вида, $b_1, b_2 > 0$ представляют уровни смертности из-за внутривидовой конкуренции и $\alpha > 0$ обозначает внутреннюю скорость хищничества. $F(v)$ это так называемая функциональная функция отклика.

Основные результаты работы заключаются в следующем. Сначала мы представляем теорему локального существования с некоторыми предварительными результатами и выводим ограниченность $\|v(\cdot, t)\|_{L_\infty}$ и $\|\nabla v(\cdot, t)\|_{L_2}$. Затем мы получаем ограниченность $\|u(\cdot, t)\|_{L_\infty}$ используя итерационный метод Мозера и установив априорные оценки более высокого порядка. Доказана теорема о глобальной разрешимости. Исследовано асимптотическое поведение решений системы (2) и доказана теорема о глобальной устойчивости.

REFERENCES

1. C. Yoon, Y. J. Kim, Global existence and aggregation in a Keller-Segel model with Fokker-Planck diffusion, *Acta Appl. Math.*..2017. **149** ,p. 101–123. <https://doi.org/10.1007/s10440-016-0089-7>
2. J. Ahn, C. Yoon, Global well-posedness and stability of constant equilibria in parabolic–elliptic chemotaxis systems without gradient sensing, *Nonlinearity*. 2019. 32. p. 1327–1351. <https://doi.org/10.1088/1361-6544/aaf513>