

CHIZIQLI ODDIY DIFFERENSIAL TENGLAMALAR UCHUN TESKARI MASALALAR

Diyoraxon Tursunboyeva Ne'matjon qizi

diyorahontursunboyeva@gmail.com

Farg'ona Davlat Universiteti

<https://doi.org/10.5281/zenodo.15679697>

Annotatsiya. Mazkur tezisdagi chiziqli oddiy differensial tenglamalar uchun teskari masalaning qo'yilishi, mavjudlik va yagonalik masalalari, hamda ba'zi amaliy metodlar ko'rib chiqiladi. Teskari masalalar fizikada, muhandislikda va boshqa ko'plab fanlarda parametrlarni aniqlash, aniqlanmagan funksiyalarni topish kabi muhim vazifalarni bajaradi. Misollar orqali nazariyaning amaliy qo'llanilishi ko'rsatib beriladi.

Kalit so'zlar: teskari masala, differensial tenglama, chiziqli tenglama, yagonalik, aniqlik.

Аннотация. В этой статье обсуждается постановка обратной задачи для линейных обыкновенных дифференциальных уравнений, вопросы существования и единственности, а также некоторые практические методы. Обратные задачи выполняют важные задачи в физике, технике и многих других науках, такие как определение параметров и нахождение неопределенных функций. Практическое применение теории демонстрируется на примерах.

Ключевые слова: обратная задача, дифференциальное уравнение, линейное уравнение, единственность, точность.

Abstract. This article considers the formulation of the inverse problem for linear ordinary differential equations, the existence and uniqueness issues, and some practical methods. Inverse problems perform important tasks in physics, engineering, and many other sciences, such as determining parameters and finding undefined functions. The practical application of the theory is demonstrated through examples.

Keywords: inverse problem, differential equation, linear equation, uniqueness, precision.

Differensial tenglamalar fizik, texnik va boshqa sohalardagi jarayonlarni modellashtirishda muhim o'rin tutadi. Odatda bu tenglamalarning "to'g'ri" masalalari yechimlarining mavjudligi va yagonaligi o'rganiladi. Biroq ko'pgina amaliy holatlarda bu jarayonni tavsiflovchi parametrlar yoki boshlang'ich/shartlar noma'lum bo'ladi. Bunday hollarda **teskari masalalar** yuzaga keladi.

Teskari masala — bu differensial tenglama yordamida noma'lum parametr, funksiyalar yoki shartlarni aniqlash masalasidir. Bunday masalalar ko'pincha **nokorrekt** bo'ladi, ya'ni ularning yechimi mavjud bo'lmasligi, yagona bo'lmasligi yoki noaniqlikka kuchli sezuvchan bo'lishi mumkin.

Teskari masalalar odatda nokorrekt (yomon qo'yilgan) bo'lib, bu ularning yechimiga qo'shimcha shartlar yoki usullar talab qiladi.

Teskari differensial masalalar quyidagi sohalarda qo'llaniladi:

- **Tibbiyot:** qon aylanishi modellari, yurak faoliyati.
- **Geofizika:** yer osti qatlamlarining xossalarini aniqlash.
- **Muhandislik:** material xossalarini aniqlash, nosozliklarni aniqlash.
- **Ekologiya:** ifloslanish manbalarini tahlil qilish.

Chiziqli oddiy differensial tenglamalar

Quyidagi chiziqli oddiy differensial tenglama ko'rib chiqiladi:

$$y + p(x)y = kf(x) \quad (1)$$

$$y(0) = l \quad y(1) = l_1 \quad (2)$$

Agar ma'lum funktsiyalar $f(x)$ va $p(x)$ berilgan bo'lsa, bu masalaning klassik yechimi mavjud va yagona bo'ladi.

Teskari masala qo'yilishi

Teskari masalada esa odatda $f(x)$, $p(x)$ yoki boshlang'ich shartlari noma'lum bo'ladi. Masalan, quyidagi teskari masalani ko'rib chiqamiz:

Masala 1. Quyidagi tenglama berilgan:

$$y + p(x)y = kf(x) \quad (1)$$

$$y(0) = l \quad y(1) = l_1 \quad (2)$$

Ammo k noma'lum. Faqat $y(x)$ ning biror qiymati yoki grafigi ma'lum bo'lsin. Maqsad: funktsiyasini aniqlash. Umumiy holda yechim quyidagichadir:

$$y(x) = e^{-\int_0^x p(z)dz} \left[\frac{l_1 e^{\int_0^1 p(z)dz} - l}{\int_0^1 f(z) e^{\int_0^z p(t)dt} dz} \cdot \int_0^x f(z) e^{\int_0^z p(t)dt} dz + l \right]$$

Misol.

$$y' + 2xy = 3x^2 \quad (1)$$

$$y(0) = 1 \quad y(1) = 2 \quad (2)$$

$$p(x) = 2x, \quad l_1 = 2, \quad l = 1, \quad k = 3, \quad f(x) = x^2$$

Yechilishi:

$$y(x) = e^{-\int_0^x 2zdz} \left[\frac{2e^{\int_0^1 2zdz} - 1}{\int_0^1 z^2 e^{\int_0^z 2tdt} dz} \cdot \int_0^x z^2 e^{\int_0^z 2tdt} dz + 1 \right]$$

$$y(x) = e^{-x^2} \left[\frac{2e-1}{e-ex+x} \cdot (x^2 e^{x^2} - e^{x^2} + x) + 1 \right]$$

Tekshiramiz:

$$y(0) = 1$$

$$y(0) = e^0 \left[\frac{2e-1}{e-e*0+0} \cdot (0*e^0 - e^0*0+0) + 1 \right] = 1$$

$$y(1) = 2$$

Xulosa

Chiziqli oddiy differensial tenglamalar uchun teskari masalalar amaliy muammolarni yechishda muhim ahamiyatga ega. Ularning yechimi odatda noaniq bo'lib, maxsus analitik va sonli metodlarni talab qiladi. Teskari masalalar matematik fizika, muhandislik, biologiya kabi ko'plab fanlarda parametrlarni aniqlashda qo'llaniladi. Teskari masalalar orqali noma'lum parametrlar, boshlang'ich shartlar yoki hatto differensial operator koeffitsiyentlari aniqlanadi. Teskari masalalar odatda yomon shartlashgan (yomon qo'yilgan) bo'ladi, ya'ni yechim mavjud bo'lmasligi, yagona bo'lmasligi yoki kichik o'zgarishlarga sezuvchan bo'lishi mumkin. Shu sababli, bunday masalalarni yechishda regularizatsiya kabi usullar qo'llaniladi. Tixonov regularizatsiyasi, funksional minimallashtirish, variatsion yondashuvlar – bular teskari masalalarni sonli va tahliliy hal qilishda asosiy vositalardir.

Foydalanilgan adabiyotlar:

1. Tikhonov A.N., Arsenin V.Y. *Solutions of Ill-posed Problems*, Wiley, 1977.
2. Lavrentiev M.M., Romanov V.G., Shishatskii S.P. *Ill-posed Problems of Mathematical Physics and Analysis*, AMS, 1986.
3. Samarskii A.A., *Teoriya differentsial'nykh uravneniy*, Nauka, 1983.
4. **Ибрагимов Н.Х.** *Обратные задачи в математической физике.* — Ташкент: Фан, 1984.
5. **Сабитов Ж.Х.** *Обратные задачи теории теплопроводности и их численное решение.* — Ташкент: Фан, 1995.
6. **Мирзаев Т.М., Турсунов Ш.А.** *Nokorrekt masalalar va ularning sonli yechimi.* — Toshkent: O'zbekiston Milliy universiteti, 2018.

Bu tezisni Farg'ona Davlat Universiteti talabasi Tursunboyeva Diyora Nokorrekt va teskari masalalar fanidan mustaqil ish sifatida tayyorladi.