

## FUNKSIYALIQ TEN'LEMELERDIN' GEYPARA QOLLANIWLARI NOEVKLID TU'SINIGI

Pirnazarov Bektursin

NMPI magistranti.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.13746213>

**Annotaciya.** Maqalada tiykarinan elliptikaliq tegislik ha'm giperbolik tegislikte Koshiy-Bunyakovskiy ten'sizligi kelip shig'iwi aship berilgen.

**Gilt so'zler:** Funksiyaliq ten'leme, Koshiy-Bunyakovskiy ten'sizligi, elliptikaliq tegislik, giperbolaliq jag'daylar.

## SOME APPLICATIONS OF FUNCTIONAL EQUATIONS NON-EUCLIDEAN CONCEPT

**Abstract.** In the article, the origin of the Cauchy-Buniakovsky inequality in the elliptic plane and the hyperbolic plane is revealed.

**Keywords:** functional equations, Cauchy-Buniakovskiy inequality, elliptic plane, hyperbolic states.

## НЕКОТОРЫЕ ПРИЛОЖЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ НЕЕВКЛИДОВА КОНЦЕПЦИЯ

**Аннотация.** В статье раскрыта природа неравенства Коши-Буняковского в эллиптической плоскости и гиперболической плоскости.

**Ключевые слова:** Функциональное уравнение, неравенство Коши-Буняковского, эллиптическая плоскость, гиперболические состояния.

Funksiyalliq ten'lemelerdi geypara zamanagoy qollaniwlarin bayanlawdi biz

$$f(xy - \sqrt{1-x^2}\sqrt{1-y^2}) = f(x) + f(y) \quad \text{demek } (x \leq 1, y \leq 1)$$

$$f(xy + \sqrt{x^2-1}\sqrt{y^2-1}) = f(x) + f(y) \quad \text{demek } (x \geq 1, y \geq 1)$$

ten'lemeni noevklid geometriyada qollaniwlarin baslaymiz.

Tegisliktin'  $(x_1, x_2, \dots, x_3)$  bir tekli koordinatali noqatiga biz a'dettegi  $(x_1, x_2, \dots, x_3)$  koordinatali ken'islik noqatiga sa'ykes qoyamiz. bir tekli koordinatalardin' erkli ko'beytiwshileri elliptikaliq jag'dayda

$$x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 = 1 \quad \text{normallaniwshi sha'rtten aniqlanadi.}$$

Al geypara jag'dayda  $x_1^2, -x_2^2 - x_3^2 = 1$  aniqlanadi. Sonliqtan elliptikaliq tegislikke sharliq bettin' noqatlari, giperbolaliq tegislikke 2 parallel giperbolanin' noqatlari sa'ykes qoyiladi. Bul betliklerdin' noqatlari  $X = x_1, x_2, x_3$  vektorlardin' menen xarakterlenedi.

Biz  $d(x,y)$  betliktin' noqatlari arasindag'i qashikliqtin' on' (u'zliksiz) ha'm

a) Ha'reketke yag'niy  $x_1^2, +x_2^2 + x_3^2$  yamasa  $x_1^2, -x_2^2 - x_3^2$  an'latpalardi saqlap qalatu'gin tu'rlandiriv , qarata invariant.

b) Bir tuwri siziq boylap ( bir siziq bir tegislik kesimdegi tuwri siziq) boylap qashikliq ushin addetiv bolatug'inday aniqlamasin izleyimiz.

O.Varga ko'rsetkenindey sha'rtti tek mina tu'rdegi an'latpa qanaatlandiradi.

$$D(X,Y)=F(X *Y)$$

Bul erde  $f(x)$  u'zliksiz forma al  $X*Y$  elliptikaliq jag'daylarda forma menen aniqlanatu'gin skalyar ko'beytiwdi an'latadi.

$$XY=x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3$$

Giperbolaliq tu'rdegi

$$XY=x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 \text{ an'latadi.}$$

Bul aniqlamalardan eki jag'daylarda da ko'beytiwlerdi distributivlik ekeni ko'rinip tur.

Biraq normalaniwshi sha'rtler aqibeti qa'legen vektorlardin' ko'beymesini 1 ge ten'.

$$X * X = 1 \text{ ekenin esletip o'temiz.}$$

Bunnan elliptikaliq jag'daylarda  $x * y \leq 1$  ten'lik orinli bolatug'ini kelip shig'atug'inin da'lilleymiz. Qa'legen X, Y jupliqlar ushin elliptikaliq jag'dayda  $x * y \leq 1$  , giperbolaliq jag'dayda  $X*X = 1$  da'lilleymiz.

$x * y \geq 1$  boladi.

Koshiy-Bunyakovskiy ten'sizliginen kelip shig'adi

$$(X * Y)^2 = (x_1y_1 + x_2y_2 + x_3y_3 )^2 \leq (x_1^2 + x_2^2 + x_3^2)(y_1^2 + y_2^2 + y_3^2) = (X \cdot X) \cdot (Y \cdot Y) = 1$$

Giperbolaliq jag'dayda biz bul ten'sizliktin' giperbolaliq analogin da'lillewimiz kerek.

Eger  $x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2 > 0$  bolsa  $(x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 - \dots - x_ny_n)1^n \geq (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2)(y_1^2 - y_2^2 - \dots - y_n^2)$  orinli boladi.

Bunda ten'lik belgisi tek  $x_i$ , ha'm  $y_i$  ler proporsional  $ax_i = by_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) bolsa orinli.

Da'lillew.  $v(u) = (x_1u + y_1)^2 - (x_2u + y_2)^2 - (x_nu + y_n)^2 = (x_1^2 - x_2^2 - \dots - x_n^2)u^2 + 2(x_1y_1 - x_2y_2 - \dots - x_ny_n)u + (y_1^2 - y_2^2 - \dots - y_n^2)$ . ten'lemeni du'zemiz  $u^2$  alding'i koeffitsientli  $x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2 > 0$

Bolg'anliqtan  $v(u)$  joqarig'a qaray ashiiq parabola menen tasvirlenedi. Sonliqtan geypara  $u$ -din' geypara misali  $u \rightarrow \infty$  ma'nislerdi ushin  $v(u) > 0$

Ekinshi ta'repten  $u = -\frac{y_1}{x_1}$  ushin  $v\left(\frac{y_1}{x_1}\right) = -\left(y_1 - x_2\frac{y_1}{x_1}\right) - \dots - \left(y_n - x_n\frac{y_1}{x_1}\right) \leq 0$  ten'lik tek  $x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2 > 0$   $ax_i = by_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) bolsa orinli.

Solay etip  $v(u)$   $ax_i = by_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ ) bolg'anliqtan betlesetug'in haqiqiy korenlerge iye.

Sol sebepli onin' diskriminanti teris 0 ge ten' boliwi mu'mkin.  $ax_i = by_i$  ( $i=1,2,3,\dots,n$ )  $(x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3 - \dots - x_ny_n)1^n \geq (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2 - \dots - x_n^2)(y_1^2 - y_2^2 - \dots - y_n^2)$  bul ten'likler orinli bolsa g'ana  $ax_i = by_i$  usini da'lillew kerek edi.

Bul ten'lik na'tiyesinen paydalanip

$(x \cdot y)^2 = (x_1y_1 - x_2y_2 - x_3y_3)1^n \geq (x_1^2 - x_2^2 - x_3^2)(y_1^2 - y_2^2 - y_3^2) = (X \cdot X)(Y \cdot Y) = 1$  demek biz usi ten'lemelerdi da'lillemekshi edik. Endi B sha'rtten to'mendegini paydalanamiz. Meyli koliniarliqti ta'minlewshi to'mendegi orinli bolsin

$Z=sX+tY$  orinli bolsa

$D(X,Y)=d(X,Z)+d(Z, Y)$  yamasa  $f(X \cdot Y) = f(X \cdot Z) + f(Y \cdot Z)$  usi an'latpani o'z-o'zine ko'beytip  $x$  ha'm  $y$  vektorg'a ko'beytip distributivlikten ha'm oqaridag'i sha'rtlerden qatnas alamiz. Aling'an ma'nislerden to'mendegi ge iye bolamiz.

$$F\left(\frac{1-s^2-t^2}{2st}\right) = f\left(\frac{1+s^2-t^2}{2s}\right) + f\left(\frac{1-s^2+t^2}{2t}\right) usi ten'lemege iye bolsaq$$

$$x = \frac{1+s^2-t^2}{2s} = X \cdot Z \text{ ha'm } y = \frac{1-s^2+t^2}{2t} = Y \cdot Z \text{ belgilew kiritildi.}$$

## REFERENCES

1. Научно – теоретический и методический журнал министерства образования РФ, май-июнь, 1996 г.
2. Алгебра и начала математического анализа. Задачник. 10 класс.  
Internet saytlar
3. [www.ziyonet.uz](http://www.ziyonet.uz)
4. [www.google.uz](http://www.google.uz)
5. [www.kitob.uz](http://www.kitob.uz)