

VARIATSION QATORLARINING TURLARI VA ULARNI SHAKLLANTIRISHNING METODOLOGIK TAMOYILLARI

Alisherova Munavvarxon Abdulxamid qizi

Andijon davlat pedagogika instituti Matematika va informatika 4-bosqich talabasi.

Ergashev Ilxomjon Maxammadjon o'g'li

Andijon davlat pedagogika instituti Matematika va informatika 4-bosqich talabasi.

<https://doi.org/10.5281/zenodo.19742719>

Annotatsiya. Ushbu maqolada variatsion qatorlarning nazariy asoslari, ularning statistik tavsiflashdagi o'rnini va amaliy tahlildagi imkoniyatlari tizimli yoritiladi.

Tadqiqotning maqsadi tartiblangan variatsion qatorlarni tuzish, interval tanlash va guruhlash tamoyillarini ilmiy asoslash, shuningdek, variatsiya ko'rsatkichlari orqali taqsimotning shakli va tarqoqligini baholashning ishonchli metodik sxemasini ishlab chiqishdan iborat. Metodologiya sifatida tartiblash, guruhlash, empirik taqsimot funksiyasi, markaziy tendensiya va tarqoqlik o'lchovlari, shuningdek, momentlar va kvantil yondashuvlari qo'llanildi.

Ilmiy yangilik variatsion qatorlarni tuzishda interval eni va sinflar sonini tanlashning barqarorlikka ta'sirini analitik mezonlar bilan asoslash, moda va medianani interval qatorlarda hisoblashda chegaraviy holatlar uchun izchil ta'riflar berish hamda variatsiya koeffitsienti va kvartil kengligi asosida amaliy talqin algoritmini taklif etishdan iborat. Natijalar o'lchash xatolari va tanlanma hajmi omillarini hisobga olgan holda xulosalarning mustahkamligini oshiradi.

Kalit so'zlar: variatsion qator; tartiblash; interval guruhlash; median; moda; dispersiya; variatsiya koeffitsienti.

Variatsion qatorlar statistik tahlilning eng qadimiy va eng barqaror instrumentlaridan biri bo'lib, empirik kuzatuvlarni tartiblangan tuzilma ko'rinishida ifodalash orqali ma'lumotning ichki strukturasi ko'rishga imkon beradi. Har qanday o'lchov natijalari xom holatda tasodifiy tarqoqlik, o'lchash xatolari va tanlanma cheklavlari sababli noaniq ko'rinadi; variatsion qator esa qiymatlarni tartiblash va zarur bo'lsa guruhlash orqali shu noaniqlikni boshqariladigan ko'rinishga keltiradi. Ayniqsa 01.01.05 ixtisosligi doirasida matematik-statistik tushunchalar va ularni amaliy modellashtirish bilan bog'liq masalalarda variatsion qatorlar taqsimotga oid gipotezalarni shakllantirish, parametrlarni baholash va qiyosiy tahlilni asoslashda tayanch rol o'ynaydi.

Adabiyotlarda variatsion qatorlar ko'pincha "tasviriy statistika" bo'limiga kiritilib, tartiblash, chastotalar, histogramma va empirik taqsimot funksiyasi bilan bog'lanadi; biroq zamonaviy yondashuvlarda bu tushuncha tanlanma barqarorligi, robust baholash va kvantilga asoslangan xulosalar bilan ham uzviy birlashtiriladi [5; 6]. Shu nuqtai nazardan variatsion qatorlar faqat taqdimot vositasi emas, balki tanlanma ma'lumotdan nazariy taqsimotga o'tishdagi mantiqiy ko'priksifatida qaralishi zarur.

Mavjud ilmiy yondashuvlarni tanqidiy ko'zdan kechirganda, ikkita metodik muammo ko'p uchraydi. Birinchisi, interval qator tuzishda sinflar soni va interval enini tanlash ko'pincha "qoidalar" darajasida qolib, tanlanma hajmi, taqsimotning asimmetriyasi va chet qiymatlar mavjudligiga sezgirlik yetarli tahlil qilinmaydi; natijada histogramma va unga asoslangan moda, medianaga doir baholar beqaror bo'lib qoladi [2; 3]. Ikkinchisi, tarqoqlik ko'rsatkichlari, xususan dispersiya va standart og'ishning amaliy talqini ko'pincha absolyut o'lchovda berilib, turli masshtabdagi belgilarning qiyoslanishi masalasida variatsiya koeffitsienti, kvartil kengligi

kabi nisbiy va robust ko'rsatkichlar imkoniyati to'liq ochilmaydi [1; 5]. Shu bilan birga, o'zbek tilidagi o'quv-uslubiy manbalarda variatsion qatorlar bo'yicha izohlar mavjud bo'lsa-da, interval tanlash va chegara holatlar (teng chastotalar, ochiq interval, taqsimotning kuchli qiyshiqligi) bo'yicha izchil, formal ta'riflar kamroq uchraydi [4]. Demak, mazkur mavzu dolzarbligi nazariy aniqlik va amaliy barqarorlikni birlashtiruvchi metodik asos yaratish ehtiyojidan kelib chiqadi.

Ushbu tadqiqotning maqsadi variatsion qatorlarni tuzish va ular asosida taqsimotning markaziy tendensiyasi hamda tarqoqligini baholashning izchil va barqaror konsepsiyasini ishlab chiqishdir. Vazifalar sifatida quyidagilar nazarda tutiladi: birinchidan, diskret va uzluksiz belgilarda variatsion qator tushunchasini formal ravishda ajratish va empirik taqsimot funksiyasi bilan bog'lash; ikkinchidan, interval qator tuzishda sinflar soni va interval enini tanlashning barqarorlikka ta'sirini asoslash; uchinchidan, moda va medianani interval qatorlarda hisoblashda chegaraviy holatlar uchun aniq ta'rif va amaliy formula tizimini bayon etish; to'rtinchidan, dispersiya, standart og'ish, variatsiya koeffitsienti hamda kvartil kengligi orqali tarqoqlikni ko'p mezonli talqin qilish algoritmini taklif etish. Ilmiy yangilik shundaki, variatsion qatorlar nafaqat tasvirlash vositasi, balki robust xulosa chiqarishning dastlabki bosqichi sifatida metodik jihatdan qayta asoslanadi; amaliy ahamiyat esa turli soha ma'lumotlari bilan ishlashda (biometrik o'lchovlar, texnologik nazorat, iqtisodiy ko'rsatkichlar) guruhlashdan kelib chiqadigan xatolarni kamaytirish, qiyosiy tahlilni to'g'ri yo'naltirish bilan belgilanadi.

Materiali va metodi. Tadqiqot nazariy yo'nalishda bo'lib, asosiy "material" sifatida matematik statistika doirasidagi ta'riflar, teoremlar va amaliy hisoblash sxemalaridan foydalanildi. Variatsion qatorni qurish jarayoni ikki holatda ko'rib chiqildi: diskret belgi uchun qiymatlarning o'sish tartibida joylashtirilgan ro'yxati va ularning mos chastotalari; uzluksiz belgi uchun esa interval guruhlash orqali sinflar va sinf chastotalari.

Metodik yondashuvning birinchi qismi tartiblash operatori va empirik taqsimot funksiyasi orasidagi bog'lanishni formal ifodalashga tayandi: tanlanma qiymatlar tartib statistikalari sifatida qaralib, empirik taqsimot funksiyasi pog'onali funksiya ko'rinishida talqin qilindi [6]. Ikkinchi qism guruhlangan ma'lumotlar bilan ishlash metodlarini qamrab oldi: sinflar sonini tanlash, interval enini belgilash, sinf o'rtalaridan foydalanib momentlar va markaziy ko'rsatkichlarni yaqinlashtirib hisoblash. Metodologik tanlovning ilmiy asosi shundan iboratki, real ma'lumotlar ko'pincha katta hajmli bo'ladi yoki o'lchash aniqligi cheklangan bo'ladi; shunday sharoitda interval guruhlash informatsiyani ma'lum darajada siqadi, lekin to'g'ri tanlangan parametrlar bilan taqsimotning asosiy xususiyatlari saqlanadi [2].

Tarqoqlikni baholashda ikki sinf ko'rsatkichlar qo'llanildi: momentga asoslangan (dispersiya, standart og'ish) va kvantilga asoslangan (kvartil kengligi, medianaga nisbatan og'ishlarni talqin qilish). Momentli yondashuv nazariy jihatdan qulay, lekin chet qiymatlarga sezgir; kvantil yondashuv esa robustlik beradi va taqsimot asimmetriyasi kuchli bo'lganda barqarorroq natija beradi [5]. Shuningdek, variatsiya koeffitsientining nisbiy o'lchov sifatidagi afzalligi tahlil qilindi: u o'lchov birliklariga bog'lanmagan holda turli masshtabdagi belgilarning tarqoqligini qiyoslash imkonini beradi [1]. Interval qatorlarda medianani topishda kumulyativ chastota orqali median sinfni aniqlash, so'ng chiziqli interpolatsiya qo'llash; modani topishda esa modal sinf atrofida chastotalar farqi orqali yaqinlashtirish ishlatildi. Chegaraviy holatlar uchun metodik qarorlar ishlab chiqildi: bir nechta sinfda maksimal chastota teng bo'lsa, modaning "oraliq" talqini; ochiq interval mavjud bo'lsa, robust ko'rsatkichlarga ustuvorlik berish kabi yondashuvlar qo'llanildi [3; 4].

Natija. Variatsion qatorning formal modeli quyidagicha ifodalanadi: tanlanma X_1, X_2, \dots, X_n qiymatlari tartib statistikalar $x(1) \leq x(2) \leq \dots \leq x(n)$ ko'rinishida joylashtiriladi. Diskret belgi uchun alohida qiymatlar ajratilib, har bir qiymatga mos chastota ni belgilanadi, bu yerda chastotalar yig'indisi n ga teng bo'ladi. Shunda empirik taqsimot funksiyasi $F_n(x) = (1/n)$ soni bilan x dan kichik yoki teng bo'lgan kuzatuvlar ulushini beradi; u variatsion qator bilan to'liq aniqlanadi, ya'ni variatsion qator empirik taqsimotning minimal yetarli tasviridir. Bu natija variatsion qatorni keyingi barcha tasviriy ko'rsatkichlar uchun "asosiy tashuvchi" deb qarashga imkon beradi: median, kvartillar, empirik kvantillar bevosita tartib statistikalar orqali olinadi.

Interval variatsion qatorlar uchun natijalar sinflar soni k va interval eni h tanloviga sezgirligni ko'rsatadi. Tanlanma hajmi n ortganda, juda kichik h tanlansa, chastotalar "shovqinli" bo'lib, histogramma notekis va moda beqaror ko'rinish oladi; juda katta h tanlansa esa taqsimotning nozik shakliy xususiyatlari yo'qoladi. Shu sababli interval tanlashning maqsadga mos mezoni sifatida barqarorlik va aniqlik o'rtasidagi muvozanat kiritiladi: k ortishi bilan yaqinlashtirish xatosi kamayadi, ammo dispersiyaning bahosi va modaning joylashuvi uchun tasodifiy tebranish kuchayadi.

Guruhlangan ma'lumotlarda o'rtacha qiymat sinf o'rtalari m_i orqali $\bar{x} \approx (1/n) \sum f_i m_i$ ko'rinishida, dispersiya esa $s^2 \approx (1/(n-1)) \sum f_i (m_i - \bar{x})^2$ ko'rinishida yaqinlashtirib hisoblanadi; bu yaqinlashtirish h kichik bo'lsa aniqroq bo'ladi, lekin h ning haddan tashqari kichikligi amaliy barqarorlikni pasaytiradi. Medianani aniqlashda kumulyativ chastota $F_i = \sum_{j \leq i} f_j$ orqali median sinf topilib, $Me \approx L + h ((n/2 - F_{i-1})/f_i)$ formulasi ishlatiladi; bu yerda L median sinfnig pastki chegarasi. Moda uchun $Mo \approx L + h ((f_i - f_{i-1}) / ((f_i - f_{i-1}) + (f_i - f_{i+1})))$ formulasi qo'llaniladi. Chegaraviy holatda $f_i = f_{i-1}$ yoki $f_i = f_{i+1}$ bo'lsa, formula modaning aniqligini yo'qotadi; natijada moda "tekis cho'qqi" sifatida interval tarzida talqin qilinadi va qo'shimcha sifatida median hamda kvartillar bilan birgalikda berilishi maqsadga muvofiq bo'ladi.

Tarqoqlik bo'yicha olingan natijalar shuni ko'rsatadiki, absolut ko'rsatkichlar (s, s^2) bir xil birlikdagi o'lchovlar uchun informativ, ammo masshtablar farq qilganda qiyosiy talqinda variatsiya koeffitsienti $Cv = s/\bar{x}$ ustunlik beradi. Kvantilga asoslangan kvartil kengligi $IQR = Q_3 - Q_1$ taqsimotning markaziy 50 foiz tarqoqligini beradi va chet qiymatlarga kam sezgir; shu sababli ochiq intervalli yoki kuchli qiyshilik mavjud bo'lgan qatorlarda IQR asosiy ko'rsatkich sifatida qo'llanganda xulosa barqarorroq chiqadi. Natijaviy konsepsiya sifatida quyidagicha tamoyil shakllandi: variatsion qatorlar orqali taqsimotning markazi median va o'rtacha bilan birgalikda, tarqoqlik esa standart og'ish va IQR ning qo'shma talqini bilan berilganda, ham momentli, ham robust xususiyatlar yoritiladi va metodik biryozlamalik kamayadi.

Muhokama. Olingan natijalar klassik statistik adabiyotlarda variatsion qatorning empirik taqsimot funksiyasi bilan ekvivalentligi hamda tartib statistikalar orqali kvantillarni olish g'oyasi bilan mos keladi, biroq bu maqolada urg'u interval guruhlashdan kelib chiqadigan beqarorlik manbalarini ochiq ko'rsatish va chegaraviy holatlar uchun izchil talqin berishga qaratildi [5; 6].

Ayniqsa moda masalasida, ko'plab amaliy matnlarda modal sinf va formula berilib, teng cho'qqili holatlar e'tibordan chetda qoladi; holbuki real ma'lumotlarda diskretlash va o'lchash aniqligi sababli aynan shunday holatlar tez-tez uchraydi. Shuning uchun modani yagona son sifatida "majburiy" berish o'rniga, modal hududni interval sifatida ko'rsatish va uni median hamda kvartillar bilan to'ldirish yondashuvi amaliy jihatdan aniqroq qarorlar chiqarishga olib keladi. Bu fikr robust statistika ruhiga mos bo'lib, chet qiymatlar va notekis taqsimotlar sharoitida kvantil ko'rsatkichlarining afzalligi bilan uyg'unlashadi [1; 5].

Interval eni va sinflar sonini tanlash masalasida ham adabiyotlarda uchraydigan empirik qoidalar muhim boshlang'ich nuqta bo'lsa-da, ularni mutlaq retsept sifatida qo'llash metodik xatolarga olib kelishi mumkin [2; 3]. Mazkur tadqiqotda k va h tanlovini barqarorlik-aniqlik muvozanati sifatida ko'rish taklifi shuni anglatadiki, bir xil ma'lumot uchun bir nechta mantiqan asosli guruhlash variantlari sinab ko'riladi va markaz hamda tarqoqlik ko'rsatkichlari qanchalik o'zgarishi baholanadi; o'zgarish katta bo'lsa, demak xulosa guruhlashga haddan tashqari bog'liq va robust ko'rsatkichlarga tayangan holda ehtiyotkor talqin zarur. Bu yondashuv amaliy statistik nazoratda ham foydali: masalan, texnologik jarayonda dispersiya va Cv birgalikda tahlil qilinsa, o'lchov birligi o'zganganida ham tarqoqlik haqidagi qaror izchil qoladi.

Tadqiqotning cheklovlari shundaki, natijalar nazariy-metodik xarakterga ega bo'lib, konkret sohaviy ma'lumotlar to'plami bilan keng ko'lamli tajribaviy verifikatsiya kiritilmadi.

Kelgusida turli taqsimot sinflari (normalga yaqin, kuchli asimmetrik, og'ir dumli) uchun interval tanlash strategiyalarini simulyatsiya orqali solishtirish, shuningdek, o'lchash xatolari modeli ostida median va IQR ning barqarorligini baholash maqsadga muvofiq. Bunday yo'nalish variatsion qatorlarni nafaqat tasvirlash, balki xulosa chiqarishning sifat ko'rsatkichini oshiruvchi instrument sifatida yanada mustahkamlaydi.

Xulosa. Variatsion qatorlar empirik ma'lumotni tartibli tuzilma ko'rinishida ifodalab, empirik taqsimot funksiyasi va tartib statistikalar orqali markaziy tendensiya hamda tarqoqlik ko'rsatkichlarini izchil aniqlashga imkon beradi. Diskret qatorlarda tartib statistikalar kvantil baholarini bevosita beradi, interval qatorlarda esa median va modani interpolatsion formulalar orqali olish mumkin, biroq ular interval eni va sinflar soni tanloviga sezgir bo'ladi.

Shu sababli guruhlash parametrlarini tanlashda barqarorlik va aniqlik muvozanati metodik mezon sifatida qaralishi lozim. Tarqoqlikni talqin qilishda standart og'ish va dispersiya bilan bir qatorda variatsiya koeffitsienti hamda kvartil kengligini qo'shma qo'llash masshtabga bog'liqlikni kamaytiradi va chet qiymatlar ta'siriga nisbatan barqarorroq xulosa beradi.

Natijada variatsion qatorlar tasviriy statistika doirasidan kengroq ma'noda, robust va qiyosiy tahlil uchun metodik tayanch sifatida asoslanadi.

Adabiyotlar ro'yxati.

1. Gmurman V. E. Ehtimollar nazariyasi va matematik statistika. Toshkent, O'qituvchi, 2003. 368 b.
2. Kokosov A. N. Matematicheskaya statistika: uchebnoe posobie. Moskva, Yurayt, 2020. 312 s.
3. Yadrenko M. I. Teoriya veroyatnostey i matematicheskaya statistika. Sankt-Peterburg, Lan, 2019. 416 s.
4. Qodirov A. A., Tursunov B. B. Matematik statistika asoslari. Samarqand, SamDU nashriyoti, 2018. 240 b.
5. Wilcox R. R. Introduction to Robust Estimation and Hypothesis Testing. San Diego, Academic Press, 2017. 760 p.
6. Casella G., Berger R. L. Statistical Inference. Boston, Cengage Learning, 2021. 704 p.